

# Intelligence Artificielle par la Logique (AIL'12)

## TD 7 : Programmation Logique I

**Exercice 1.** Pour tout programme ci-dessous lister ses modèles et identifier parmi ceux-ci les modèles stables.

- |  |  |
|--|--|
| 1. $\Pi_1 = \{p : \neg q.\}$           | 6. $\Pi_6 = \Pi_5 \cup \{q.\}$                         |
| 2. $\Pi_2 = \{\neg p \vee q.\}$        | 7. $\Pi_7 = \{p \vee q. \ p.\}$                        |
| 3. $\Pi_3 = \Pi_1 \cup \{q.\}$         | 8. $\Pi_8 = \{p \vee q. \ r : \neg q. \ r : \neg p.\}$ |
| 4. $\Pi_4 = \Pi_2 \cup \{q.\}$         | 9. $\Pi_9 = \{p : \neg q. \ q. \ \neg p.\}$            |
| 5. $\Pi_5 = \{\neg q : \neg \neg p.\}$ | 10. $\Pi_{10} = \{:\neg p, q. \ p. \ q.\}$             |

**Exercice 2.** Considérons le programme logique suivant

$$\Pi_0 = \{p \vee \neg q : \neg \neg r. \ r : \neg p, q.\}.$$

Quels sont ces modèles ? Lesquels des ces modèles sont stable ? Comparer ça avec des valuations satisfaisantes de  $\Pi$  vu comme un ensemble des formules de logique propositionnelle. Comment expliquer la différence ? Répéter l'exercice pour le programme  $\Pi_0^S$  qui étend le programme précédent de la manière suivante

$$\Pi_0^S = \Pi_0 \cup \{p \vee \neg p. \ q \vee \neg q. \ r \vee \neg r.\}.$$

Formaliser vos observations en forme d'un théorème qui relie les modèles stables de programmes logiques avec des valuations satisfaisantes de formules propositionnelles.

**Exercice 3.** En utilisant les observations de l'exercice précédent, construire des programmes logiques dont les modèles stables identifient des valuations (instances) satisfaisantes et falsifiantes des formules données ci-dessous. **Astuce** : Au cas où rien ne marche, on peut toujours transformer d'abord les formules en CNF et DNF.

- |   |   |
|---|---|
| 1. $p \vee q \rightarrow p \wedge q,$                     | 4. $p \wedge (p \wedge q \rightarrow r) \wedge \neg r,$       |
| 2. $\neg p \rightarrow p,$                                | 5. $p \leftrightarrow q \wedge q \leftrightarrow r \wedge p,$ |
| 3. $(p \rightarrow q) \rightarrow \neg(p \rightarrow q),$ | 6. $p \rightarrow p \vee r.$                                  |

**Exercice 4.** Trouver des modèles stables de programmes suivantes avec la méthode du plus petit point fixe.

1.  $\Pi_{11} = \{p_2 : \neg p_1. \ p_3 : \neg p_2. \ p_4 : \neg p_3, p_4. \ p_5 : \neg p_1, p_5. \ p_1.\}$
2.  $\Pi_{12} = \{q_3 : \neg q_2, q_1. \ q_4 : \neg q_3, q_1. \ q_4 : \neg q_2. \ q_1 : \neg q_4. \ q_2.\}$
3.  $\Pi_{13} = \{\neg r : \neg p. \ q : \neg p. \ r : \neg q. \ p.\}$
4.  $\Pi_{14} = \{r. \ : \neg p, q. \ p : \neg r. \ q : \neg r.\}$
5.  $\Pi_{15} = \{p_7 : \neg p_5, p_6. \ p_5 : \neg p_3, p_2, p_4. \ p_3 : \neg p_1, p_2. \ p_2 : \neg p_1. \ p_1.\}$
6.  $\Pi_{16} = \{:\neg q, p. \ q : \neg q_0. \ p : \neg p_0. \ q_0.\}$

**Exercice 5.** Prenons  $\Pi_{15}^E = \Pi_{15} \cup \{p_4. \ p_6.\}$ . Comment reprends le calcul du plus petit point fixe de  $\Pi_{15}$  pour obtenir le modèle stable de  $\Pi_{15}^E$  ? Quelle est relation entre les modèles stables de ces deux programmes ? Est-il possible de la généraliser à d'autres programmes ? Qu'est-ce qu'il se passe si on ajout au programme  $\Pi_{16}$  le fait  $p_0$  ?