

# Intelligence Artificielle par la Logique (AIL'12)

## TD 3 : Calcul Propositionnel

**Exercice 1.** Prouver ou désapprouver les implications suivantes :

1.  $\{A \rightarrow B\} \models A \vee C \rightarrow B \vee C$ ,
2.  $\{A, A \rightarrow B\} \models B$ ,
3.  $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\} \models A \rightarrow C$ ,
4.  $\{A \vee \neg B, A \rightarrow \neg C\} \models C \rightarrow B$ ,
5.  $\{A, \neg A\} \models \mathbf{false}$ ,
6.  $\{B, A \rightarrow B\} \models A$ .

**Exercice 2.** Prouver les équivalences suivantes :

1.  $\neg\neg\neg A \equiv \neg A$ ,
2.  $\neg(\neg A \vee \neg B) \equiv A \wedge B$ ,
3.  $(A \vee B) \wedge (A \vee \neg B) \equiv A$ ,
4.  $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \equiv A$ ,
5.  $A \rightarrow B \equiv \neg B \rightarrow \neg A$ ,
6.  $A \leftrightarrow B \equiv \neg A \wedge \neg B \vee A \wedge B$ .

**Exercice 3.** Parmi les formules suivantes, identifier les formules valides et contradictoires, en les réduisant à **true** ou à **false**.

1.  $A \rightarrow A$ ,
2.  $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \vee C \rightarrow B \vee C)$ ,
3.  $A \leftrightarrow \neg A$ ,
4.  $A \wedge (A \rightarrow B) \rightarrow B$ ,
5.  $(A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$ .
6.  $(A \rightarrow \neg B) \leftrightarrow (B \rightarrow \neg A)$ ,
7.  $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$ ,
8.  $A \wedge B \rightarrow A \vee B$ ,
9.  $(A \rightarrow B) \wedge A \wedge \neg B$ ,
10.  $A \rightarrow \mathbf{false}$ ,
11.  $A \rightarrow B \wedge \neg B \rightarrow \neg A$ ,
12.  $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \wedge A \wedge \neg C$ ,

**Exercice 4.** Transformer les formules ci-dessous en CNF et en DNF. Ensuite pour toute formule trouver une instance qui la satisfait et une instance qui la falsifie.

1.  $A \vee B \rightarrow A \wedge B$ ,
2.  $\neg A \rightarrow A$ ,
3.  $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(B \rightarrow A)$ ,
4.  $A \wedge (A \wedge B \rightarrow C) \wedge \neg C$ ,
5.  $A \leftrightarrow B \wedge B \leftrightarrow C \wedge A$
6.  $A \rightarrow B \vee C$