

Intelligence Artificielle par la Logique (AIL'10)

TD 3 : Calcul Propositionnel

Exercice 1. Prouver ou désapprouver les implications suivantes :

1. $\{A \rightarrow B\} \models A \vee C \rightarrow B \vee C$,
2. $\{A, A \rightarrow B\} \models B$,
3. $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\} \models A \rightarrow C$,
4. $\{A \vee \neg B, A \rightarrow \neg C\} \models C \rightarrow B$,
5. $\{A, \neg A\} \models \mathbf{false}$,
6. $\{B, A \rightarrow B\} \models A$.

Exercice 2. Prouver les équivalences suivantes :

1. $\neg\neg\neg A \equiv \neg A$,
2. $\neg(\neg A \vee \neg B) \equiv A \wedge B$,
3. $(A \vee B) \wedge (A \vee \neg B) \equiv A$,
4. $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \equiv A$,
5. $A \rightarrow B \equiv \neg B \rightarrow \neg A$,
6. $A \leftrightarrow B \equiv \neg A \wedge \neg B \vee A \wedge B$.

Exercice 3. Parmi les formules suivantes, identifier les formules valides et contradictoires, en les réduisant à **true** ou à **false**.

1. $A \rightarrow A$,
2. $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \vee C \rightarrow B \vee C)$,
3. $A \leftrightarrow \neg A$,
4. $A \wedge (A \rightarrow B) \rightarrow B$,
5. $(A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$.
6. $(A \rightarrow \neg B) \leftrightarrow (B \rightarrow \neg A)$,
7. $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$,
8. $A \wedge B \rightarrow A \vee B$,
9. $(A \rightarrow B) \wedge A \wedge \neg B$,
10. $A \rightarrow \mathbf{false}$,
11. $A \rightarrow B \wedge \neg B \rightarrow \neg A$,
12. $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \wedge A \wedge \neg C$,

Exercice 4. Transformer les formules ci-dessous en CNF et en DNF. Ensuite pour toute formule trouver une instance qui la satisfait et une instance qui la falsifie.

1. $A \vee B \rightarrow A \wedge B$,
2. $\neg A \rightarrow A$,
3. $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(B \rightarrow A)$,
4. $A \wedge (A \wedge B \rightarrow C) \wedge \neg C$,
5. $A \leftrightarrow B \wedge B \leftrightarrow C \wedge A$
6. $A \rightarrow B \vee C$