

# Intelligence Artificielle par la Logique (AIL'11)

## TD 2 : Logique Propositionnelle

**Exercice 1.** Vérifier que les formules ci-dessous sont des tautologies :

1.  $A \vee \text{true}$ ,
2.  $A \vee \neg A$ ,
3.  $A \vee (B \wedge C) \leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C)$ ,
4.  $A \wedge (B \vee C) \leftrightarrow A \wedge B \vee A \wedge C$ ,
5.  $(A \leftrightarrow B) \leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$ ,
6.  $\neg(A \vee B) \leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$ ,
7.  $\neg(A \wedge B) \leftrightarrow \neg A \vee \neg B$ ,
8.  $\neg\neg A \leftrightarrow A$ ,
9.  $A \rightarrow (B \rightarrow A)$ ,
10.  $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$ ,
11.  $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$ ,
12.  $A \wedge (A \rightarrow B) \rightarrow B$ .

**Exercice 2.** Pour toute formule ci-dessous, vérifier si elle est valide, satisfaisable ou contradictoire :

1.  $(A \rightarrow B) \wedge \neg B \rightarrow \neg A$ ,
2.  $(A \rightarrow B) \wedge B \rightarrow A$ ,
3.  $((A \vee B) \rightarrow \neg C) \wedge (\neg C \vee (B \vee A))$ ,
4.  $A \wedge \neg A$ ,
5.  $(A \wedge B) \wedge (B \leftrightarrow C) \rightarrow (A \wedge C)$ .

**Exercice 3.** Prenons des propositions suivants :

- $p$  On obtient 10/10 de l'examen.
- $q$  On fait tous les exercices.
- $r$  On obtient 20/20 de ce cours.

Construire des formules utilisant des proposition  $p$ ,  $q$ ,  $r$  et des connecteur logiques pour exprimer des phrases suivantes :

1. On obtient 20/20 de ce cours mais on ne fait pas tous les exercices.
2. Pour obtenir 20/20 de ce cours, il est nécessaire d'obtenir 10/10 de l'examen.
3. Obtenir 10/10 de l'examen et faire tous les exercices est suffisant pour obtenir 20/20 de ce cours.

**Exercice 4.** Modéliser les situations données ci-dessous avec la logique propositionnelle i.e., proposer des propositions et des formules, construire des modèles des formules, et évaluer les requêtes :

1. Si la température et la pression sont constantes, alors il ne pleut pas. La température était constante. Est-il vrai que s'il ne pleuvait pas, alors la pression était constante ?
2. Jean mange quand il a faim. Jean porte son t-shirt bleu quand il mange. En ce moment, Jean n'a pas faim. Quelle est la couleur de son t-shirt ?
3. Si une licorne est mythique, alors elle est immortelle, mais si elle est pas mythique, alors elle est un mammifère mortel. Si la licorne est mortelle ou immortelle, elle a une corne. Si la licorne est magique, elle a une corne. La licorne : est-elle mythique ? est-elle magique ? a-t-elle une corne ?