

Intelligence Artificielle par la Logique (AIL'10)

TD 2 : Calcul Propositionnel

Exercice 1. Prouver ou désapprouver les implications suivantes :

1. $\{A \rightarrow B\} \models A \vee C \rightarrow B \vee C$,
2. $\{A, A \rightarrow B\} \models B$,
3. $\{A \rightarrow B, B \rightarrow C\} \models A \rightarrow C$,
4. $\{A \vee \neg B, A \rightarrow \neg C\} \models C \rightarrow B$,
5. $\{A, \neg A\} \models \mathbf{false}$,
6. $\{B, A \rightarrow B\} \models A$.

Exercice 2. En utilisant l'implication logique résoudre des énigmes :

1. Écoutons à Manu, Olivier et Jean :
 - Manu dit « Les seules personnes qui disent la vérité sont Olivier et moi. »
 - Olivier dit « Jean est un menteur ! »
 - Jean répond « Olivier dit la vérité. Ou peut-être c'est Manu qui ment. »Toute personne dit soit que la vérité soit que des mensonges. Qui dit la vérité et qui ment ?
2. Une autre échange, cette fois parmi Pierre, Philippe et Sophie :
 - Pierre dit « Il faut pas croire à ce que Sophie dit. »
 - Philippe affirme « Pierre et Sophie ne mentent jamais. »
 - Sophie répond « Philippe a dit la vérité. »On suppose que toute personne dit soit uniquement la vérité soit que des mensonges. Qui dit la vérité ?

Exercice 3. Prouver les équivalences suivantes :

1. $\neg\neg\neg A \equiv \neg A$,
2. $\neg(\neg A \vee \neg B) \equiv A \wedge B$,
3. $(A \vee B) \wedge (A \vee \neg B) \equiv A$,
4. $(A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \equiv A$,
5. $A \rightarrow B \equiv \neg B \rightarrow \neg A$,
6. $A \leftrightarrow B \equiv \neg A \wedge \neg B \vee A \wedge B$.

Exercice 4. Parmi les formules suivantes, identifier les formules valides et contradictoires, en les réduisant à **true** ou à **false**.

1. $A \rightarrow A$,
2. $(A \rightarrow B) \rightarrow (A \vee C \rightarrow B \vee C)$,
3. $A \leftrightarrow \neg A$,
4. $A \wedge (A \rightarrow B) \rightarrow B$,
5. $(A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee \neg B)$,
6. $(A \rightarrow \neg B) \leftrightarrow (B \rightarrow \neg A)$,
7. $\neg(A \rightarrow B) \rightarrow (B \rightarrow A)$,
8. $A \wedge B \rightarrow A \vee B$,
9. $(A \rightarrow B) \wedge A \wedge \neg B$,
10. $A \rightarrow \mathbf{false}$,
11. $A \rightarrow B \wedge \neg B \rightarrow \neg A$,
12. $(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \wedge A \wedge \neg C$,

Exercice 5. Transformer les formules ci-dessous en CNF et en DNF. Ensuite pour toute formule trouver une instance qui la satisfait et une instance qui la falsifie.

1. $A \vee B \rightarrow A \wedge B$,
2. $\neg A \rightarrow A$,
3. $(A \rightarrow B) \rightarrow \neg(B \rightarrow A)$,
4. $A \wedge (A \wedge B \rightarrow C) \wedge \neg C$,
5. $A \leftrightarrow B \wedge B \leftrightarrow C \wedge A$
6. $A \rightarrow B \vee C$

Exercice 6. Modéliser avec des règles d'Horne (positives i.e., sans négation) les scénarios suivants.

1. L'alarme se déclenche si la porte est ouverte et le code de sécurité n'est pas saisi correctement. L'alarme se déclenche aussi quand un des fenêtres est ouvert et la climatisation est allumée. Le déclenchement de l'alarme appelle automatiquement la police. Quand la police arrive, elle ouvre la porte.
2. Jean, Pierre et François jouent ensemble avec trois jouets : une voiture pompiers, Lego et un ours en peluche. Jean est content quand il joue avec la voiture pompier ou Lego. Pierre est content s'il peut jouer avec l'ours en peluche ou avec la voiture pompiers. François est content si ses copains sont content.